École Normale Supérieure de N'Djaména

Concours d'entrée en première année

FILIÈRES : SCIENCES DE LA VIE ET DE LA TERRE ... **Épreuve de Mathématiques** ... ANNÉE ACADÉMIQUE : 2021-2022

Durée : 2h 00mn

Exercice 1

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2x - \sqrt{x} - 1 = 0$
2. Déterminer le domaine de définition de la fonction f définie par :

$$f(x) = \ln(2x - 1) - \frac{1}{2}\ln x.$$

   Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation $f(x) = 0$.

3. Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation $\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}\left(2\,\mathrm{e}^{\frac{x}{2}} - 1\right) = 1$.

Exercice 2

On considère le polynôme P de la variable complexe z défini par :

$$P(z) = z^4 + 2\sqrt{3}z^3 + 8z^2 + 2\sqrt{3}z + 7.$$

1. **a.** Calculer $P(\mathrm{i})$ et $P(-\mathrm{i})$.

   b. Montrer qu'il existe un polynôme Q du second degré, que l'on déterminera, tel que :

$$\text{pour tout } z \in \mathbb{C}, P(z) = (z^2 + 1)Q(z).$$

2. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation $P(z) = 0$.

Exercice 3

Soit f la fonction définie, sur $\mathbb{R}$, par :

$$f(x) = \frac{10\,\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x + 4}.$$

On appelle $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$(unité graphique : 1 cm).

1. **a.** Déterminer la limite de f en $-\infty$.
   En écrivant $f(x) = 10 - \dfrac{40}{\mathrm{e}^x + 4}$, déterminer la limite de f en $+\infty$.
   En déduire les équations des asymptotes à $(\mathscr{C})$.

   b. Calculer $f'(x)$, où f' est la dérivée de f.

   c. Étudier les variations de f.

   d. Dresser son tableau de variations.

2. Déterminer une équation de la tangente, $(\mathscr{D})$, à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse $\ln 4$.
3. Tracer sur un même graphique, la courbe $(\mathscr{C})$, ses asymptotes et la droite $(\mathscr{D})$.