Institut National Supérieur de Pétrole de Mao (INSPM)

Concours d'entrée en première année

ANNÉE ACADÉMIQUE 2012-2013

Épreuve de Mathématiques

Durée : 2h 00mn

Exercice 1

1. **Restitution organisée de connaissances**

   Démontrer la formule d'intégration par parties en utilisant la formule de dérivation d'un produit de deux fonctions dérivables, à dérivées continues sur un intervalle $[a\ ;\ b]$.

2. Soient les deux intégrales définies par

$$\mathrm{I} = \int_0^{\pi} \mathrm{e}^x \sin x \,\mathrm{d}x \quad \text{et } \mathrm{J} = \int_0^{\pi} \mathrm{e}^x \cos x \,\mathrm{d}x.$$

   a. Démontrer que $\mathrm{I} = -\mathrm{J}$ et que $\mathrm{I} = \mathrm{J} + \mathrm{e}^{\pi} + 1$.

   b. En déduire les valeurs exactes de I et de J.

Exercice 2

On considère l'équation :

$$(\mathrm{E}) \quad z^3 - (4+\mathrm{i})z^2 + (13+4\mathrm{i})z - 13\mathrm{i} = 0$$

où z est un nombre complexe.

1. Démontrer que le nombre complexe i est solution de cette équation.
2. Déterminer les nombres réels $a,\ b$ et c tels que, pour tout nombre complexe z on ait :

$$z^3 - (4+\mathrm{i})z^2 + (13+4\mathrm{i})z - 13\mathrm{i} = (z-\mathrm{i})\left(az^2 + bz + c\right).$$

3. En déduire les solutions de l'équation (E).

Exercice 3

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des quatre questions, quatre réponses sont proposées ; une seule de ces réponses convient.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte sans justifier le choix effectué.

1. Le prix d'un produit dérivé du pétrole a augmenté de 60 % durant l'année 2005. Pour revenir à sa valeur initiale, ce prix doit baisser de
   - 70 %.
   - 60 %.
   - 40 %.
   - 37,5 %.

2. Lors d'une expérience aléatoire, on considère deux évènements indépendants A et B qui vérifient $P(A) = 0,3$ et $P(B) = 0,5$. On a alors :

- $P(A \cup B) = 0,65$.
- $P(A \cup B) = 0,8$.
- $P(A \cup B) = 0,15$.
- Les données ne permettent pas de calculer $P(A \cup B)$.

3. ϕ est la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par $\phi(x) = 2x - 1 + \dfrac{1}{x}$.

La courbe représentative de la fonction ϕ dans un repère orthonormal du plan admet pour asymptote la droite d'équation :

- $y = 0$.
- $y = 2x - 1$.
- $x = 2$
- $y = -x + 1$.

4. Le nombre $\mathrm{A} = 2\ln\left(\dfrac{\mathrm{e}}{4}\right) + 5\ln 2 + \ln\left(\dfrac{8}{\mathrm{e}}\right)$ est égal à :

- $1 + 4\ln 2$.
- $4\ln 2 + 3$.
- $2\ln 5 + 1$.
- $8\ln 2$.